Помогает поворот

1. Даны два равных отрезка *AB* и *CD.* Точка *C* лежит внутри *AB. CD* и *AB* перпендикулярны. Точка *X* такая, что треугольники *XAD* и *XBC* равнобедренные с вершиной *X.* Докажите, что эти треугольники прямоугольные.
2. На сторонах АС и ВС треугольника АВС вне его построены равносторонние треугольники АС$B\_{1}$ и ВС$A\_{1}$. Докажите, что отрезки А$A\_{1}$ и В$B\_{1} $равны. Найдите величину угла между прямыми А$A\_{1}$ и В$B\_{1}$.
3. На гипотенузе *AB* прямоугольного треугольника *ABC* построен квадрат *ABDE* в той полуплоскости от прямой *AB,* которой не принадлежит треугольник *ABC.* Найдите расстояние от вершины *C* прямого угла до центра квадрата, если катеты *BC* и *AC* имеют соответственно длины *a* и *b.*
4. Равносторонний треугольник *АВС* вписан в окружность*.* На окружности отмечена точка *М,* не совпадающая ни с одной из точек *А, В* и *С.* Докажите, что расстояние от точки *М* до одной из вершин треугольника равно сумме расстояний до двух других его вершин.
5. На сторонах *АВ, ВС* и *СА* правильного треугольника *АВС* отметили точки *Р*, *Q* и *R* соответственно так, что *АР* = *ВQ = СR.* Докажите, что треугольник, образованный прямыми *AQ*, BR и *СР*, правильный.
6. В плоскости остроугольного треугольника найдите точку, сумма расстояний от которой до его вершин минимальна.
7. На сторонах АС и ВС треугольника ABC вне треугольника построе­ны квадраты ACDE и BFKC. Точка *М* – середина стороны АВ. а) Докажите, что СМ = $\frac{1}{2}$0,5DK . б) Найдите расстояния от точки *М* до центров квадратов, если АС = 14, ВС = 16 и *∠АСВ* = 150°.
8. На катетах прямоугольного треугольника *ABC* с прямым углом *C* вовне построили квадраты *ACKL* и *BCMN*. Пусть *CE* – высота, опущенная на гипотенузу *AB*. Докажите, что угол *LEM* прямой.

Помогает гомотетия

1. Из точки *Р*, взятой вне окружности с центром *О*, проведены касательные *РА* и *РВ* (*А* и *В –* точки касания). Пусть *С* *–* основание перпендикуляра, опущенного из А на диаметр BD. Докажите, что отрезок АС делится прямой PD пополам.
2. Окружность $ω$ касается равных сторон *AB* и *BC* равнобедренного треугольника *ABC* в точках *P* и *K*, а также касается внутренним образом описанной окружности треугольника *ABC*. Докажите, что середина отрезка *PK* является центром вписанной окружности треугольника *ABC*.
3. Вписанная окружность треугольника *ABC* касается стороны *AC* в точке *D*, *DM* *–* ее диаметр. Прямая *BM* пересекает сторону *AC* в точке *K*. Докажите, что *AK* = *DC*.
4. Даны две окружности, касающиеся внутренним образом в точке *N*. Касательная к внутренней окружности, проведённая в точке *K*, пересекает внешнюю окружность в точках *A* и *B*. Пусть *M* – середина дуги *AB*, не содержащей точку *N*. Докажите, что радиус окружности, описанной около треугольника *BMK*, не зависит от выбора точки *K* на внутренней окружности.
5. Диагонали параллелограмма ABCD пересекаются в точке *О*. Докажите, что окружности, описанные около треугольников *АВО* и *CDO*, касаются.
6. На каждом из оснований *AD* и *BC* трапеции *ABCD* построены вне трапеции равносторонние треугольники. Докажите, что отрезок, соединяющий третьи вершины этих треугольников, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции.
7. Докажите, что основания медиан и высот треугольника лежат на одной окружности.